Modul Computeralgebra mit Gröbnerbasen 19. Mai 2011

Sommersemester 2011

Schmale

Aufgabenblatt 6

(15) (a) Beschreiben Sie die Menge der von 0 verschiedenen Polynome in $\mathbb{Q}[x, y]$, für die $\leq_{\mathsf{lex}}$ und $\leq_{\mathsf{grlex}}$ den gleichen Leitterm ergeben.

(b) Beweisen Sie nur mit Hilfe der definierenden Eigenschaften einer Monomordnung, also insbesondere ohne den Satz von Gritzmann und Sturmfels zu benutzen, dass es keine Monomordnung auf $\mathbb{N}^2$ gibt, bei der $2x^4y^5$ zum Leitterm des Polynoms

$$2x^4y^5 + 3x^5y^2 + x^3y^9 - x^6y \qquad \text{aus } \mathbb{Q}[x, y] \text{ wird.}$$

(16) Zeigen Sie im Kontext von Beispiel 10 in §11, dass die Eigenschaften (i) und (ii) notwendigerweise erfüllt sein müssen damit $\leq_A$ überhaupt eine Monomordnung ergeben kann.

(17) (a) Zeigen Sie, dass – bei zufälliger Wahl von j in $\mathsf{Div}(p, a_1, \ldots, a_s, r)$ – der so geänderte Algorithmus $\mathsf{DivAlg}(f, f_1, \ldots, f_s)$ ebenfalls nach endlich vielen Schritten zu einem Ergebnis führt, wie es in §12 Satz 1 behauptet wird.

(b) Konstruieren Sie ein einfaches Beispiel von Polynomen f, f_1, f_2, f_3 in $\mathbb{Q}[x, y]$, wo sich bei der Multidivision mit Rest von f mit den Polynomen f_1, f_2, f_3 je nach Reihenfolge bezüglich der lexikografischen Monomordnung mindestens 3 unterschiedliche Ergebnisse ergeben.