Modul Algebra 2 20. Juni 2006
SoSe 2006
Schmale

Aufgabenblatt 9

(25) Bestimmen Sie in $\mathbb{Z}_3[x]$ alle Primpolynome vom Grad 3 mit 1 als höchstem und niedrigsten Koeffizienten.
(Begründungen!)

(26) Sei R ein faktorieller Ring, Q ein Quotientenkörper für R, $f \in R[x] \setminus R$ ein Polynom mit höchstem Koeffizienten 1, etwa $f = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0$, und sei $a_0 \neq 0$.
Zeigen Sie:
Wenn f eine Nullstelle in Q hat, dann ist diese bereits in R und ein Teiler von a_0.

(27) **(a)** Ist $9x^3 - x^2 + 6x - 7$ unzerlegbar in $\mathbb{Q}[x]$?

(b) Ist $(y+103)^2x^3 - x^2 + (y+102)(y+103)x - (y+107)$ unzerlegbar in $(\mathbb{Q}[y])[x]$?

(c) Das Polynom $5x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 3x + 21$ ist unzerlegbar in $\mathbb{Q}[x]$.

(d) $x^5 + x^2 + 1$ ist unzerlegbar in $\mathbb{Q}[x]$.

(e) $x^4 + y^2x^3 + (y+1)x^2 + 1$ ist unzerlegbar in $\mathbb{Q}[x, y]$.

(f) Ist $x^5 + 7x + 1$ unzerlegbar in $\mathbb{Q}[x]$?

(Begründungen!)

(28) **(a)** Seien L eine Körpererweiterung von K, $f \in K[x] \setminus K, \deg f = d$ und sei L ein Zerfällungskörper von f über K. Zeigen Sie

$$\big[L : K\big] \leq d!$$

(b) Geben Sie ein Polynom $f \in \mathbb{Q}[x]$ vom Grad 3 an derart, dass der Zerfällungskörper von f über $\mathbb{Q}$ innerhalb $\mathbb{C}$ die $\mathbb{Q}$-Dimension 6 hat.