Modul Geometrie

Wintersemester 2010/11

Schmale

24. Januar 2011

Aufgabenblatt 12

(30) In $\mathbb{R}^3$ sei $\Gamma = \langle e^{(1)}, e^{(2)} \rangle_{\mathbb{R}}$. Ein Quader werde durch Zentralprojektion mit Zentrum v außerhalb der Ebene Γ abgebildet auf die Ebene Γ. Die Bilder der Eckpunkte des Quaders seien dabei:

$$a^{000} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, a^{100} = \begin{bmatrix} 0 \\ -20/3 \\ 0 \end{bmatrix}, a^{110} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, a^{010} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4/5 \\ 0 \end{bmatrix}, a^{001} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, a^{101} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix},$$

und a^{111}, a^{011}. Die Nummerierung orientiert sich am Einheitswürfel im ersten Oktanten und mit 0 als eine der Ecken.

Bestimmen Sie die Punkte a^{111} und a^{011} und die Menge der Punkte die für das Abbildungszentrum v in Frage kommen und begründen Sie dabei Ihr Vorgehen.

(31) (a) Bestimmen Sie in $\mathbb{P}^2$ den Schnittpunkt der beiden projektiven Geraden

$$\mathbb{P}\big(\text{Lös}\left(\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}, 0\right)\big) \text{ und } \mathbb{P}\big(\text{Lös}\left(\begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, 0\right)\big) .$$

(b) Zeigen Sie: Vier Punkte p, p', p'', p''' aus $\mathbb{P}^3$ sind genau dann komplanar, wenn für alle von 0 verschiedenen u aus p, u' aus p', u'' aus p'' und u''' aus p''' gilt:

$$\det \begin{bmatrix} u & u' & u'' & u''' \end{bmatrix} = 0 .$$

(32) Geben Sie in $\mathbb{P}(\mathbb{Z}_2^3)$ vier Punkte an derart, dass keine drei darunter kollinear sind.