Modul Geometrie

8. November 2010

Wintersemester 2010/11

Schmale

## Aufgaben

**(5)** **(a)** Bestimmen Sie mit den Methoden aus §4 eine lineare Gleichung und die eindeutig bestimmte Normalenform nach Satz 4.12 für die folgende Hyperebene $H$ in $\mathbb{R}^4$:

$$H = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle_{\mathbb{R}} .$$

**(b)** Bestimmen Sie mit den Methoden aus §4 Gleichungen zweier Hyperebenen $H_1, H_2$ in $\mathbb{R}^4$ derart, dass

$$H_1 \cap H_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right\rangle_{\mathbb{R}} .$$

**(6)** Seien $\Gamma$ und $\Delta$ affine Unterräume in $\mathbb{R}^n$ (oder in einem $K$-Vektorraum) und

$$M_{\Gamma,\Delta} := \left\{ \lambda a + \mu b : \ a \in \Gamma, b \in \Delta, \lambda, \mu \in K, \lambda + \mu = 1 \right\} .$$

Was bedeutet die Konstruktion der Menge $M_{\Gamma,\Delta}$ anschaulich?
Es stellt sich die Frage, ob $M_{\Gamma,\Delta}$ ein affiner Unterraum, bzw. unter welchen Bedingungen $M_{\Gamma,\Delta}$ ein affiner Unterraum ist. Untersuchen Sie dies(4) im Sonderfall von zwei Geraden $\Gamma$ und $\Delta$, zuerst in $\mathbb{R}^3$ und dann in in $\mathbb{R}^4$.

---

(4) Damit ist gemeint, dass Sie entweder zeigen, dass sich stets ein affiner Unterraum ergibt oder dass Sie ggf. diejenigen Fälle genau benennen, in denen sich kein affiner Unterraum ergibt.