Modul Geometrie 13. Dezember 2010
Wintersemester 2010/11
Schmale

Aufgabenblatt 8

(18) Zeigen Sie:[11]

(a) Die Fixräume $\mathsf{Fix}_f, \mathsf{Fix}_g$ zweier konjugierter affiner Abbildungen $f:\ \Gamma \to \Gamma$ und $g:\ \Delta \to \Delta$ sind affin äquivalent.

(b) Die folgenden Punktmengen M, N in $\mathbb{R}^2$ sind affin äquivalent

$$M = \left\{ \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}4\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}5\\1\end{bmatrix} \right\}, N = \left\{ \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1\\-2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2\\-4\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\-1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}6\\-2\end{bmatrix} \right\} .$$

(19) Gegeben ist die Affinität $f:\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit der Abbildungsvorschrift

$$f(x) = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{bmatrix} \cdot x \quad \text{für } x \text{ aus } \mathbb{R}^2 .$$

Geben Sie drei (oder, wenn Sie es schaffen, weniger) Geraden $\Gamma_0, \Gamma_1, \Gamma_2$ in Parameterdarstellung an und dazu jeweils eine komplementäre Richtung derart, dass mit den zugehörigen (Schräg-) Spiegelungen h_0, h_1, h_2 gilt

$$h_2 \circ h_1 \circ h_0 \circ f = \ell_{\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & \alpha\end{bmatrix}}$$

mit einer geeigneten reellen Zahl α.

Fertigen Sie dazu auch eine Zeichnung an.

(20) Sei p eine Primzahl. Bestimmen Sie für $p = 2, 3$ die Anzahl der (Schräg-) Spiegelungen an der der Ebene $\langle e^{(1)}, e^{(2)} \rangle_{\mathbb{Z}_p}$ in ${\mathbb{Z}_p}^3$.

---

[11] Die beiden Teile dieser Aufgabe hängen nur insoweit zusammen, dass es beides mal um affine Äquivalenz geht.