

## Inhaltsverzeichnis

### Kap. 0 Vorbemerkungen

Was ist Geometrie ?? Einordnung des Moduls, zur Anbindung insbesondere an die Bachelormodule Lineare Algebra und Algebra, Inhaltsübersicht, erste Literaturangaben, Organisation.

### Kap. 1 Analytische Geometrie in euklidischen Vektorräumen, insbesondere im $\mathbb{R}^n$

- § 1 Wiederholungen Erinnerungen und Übungen aus der linearen Algebra: affine Unterräume, Durchschnitt und Kompositum, Skalarprodukt, Normalenformen, Parallelität affiner Unterräume Länge, Norm, Winkel, orthogonale Basen, Projektionen und Abstände, „Lote“. Was ist analytische Geometrie?
- § 2 Ausgewählte Themen der euklidischen Elementargeometrie: u.A. Dreiecke und (schiefe) Tetraeder, Winkelsumme, SSW etc. und SSSWWS ??, Sehensatz, Eulergrade, Feuerbachkreis und Feuerbachkugel, Winkelhalbierende, Kugel durch  $n + 1$  geeignete Punkte im  $\mathbb{R}^n$  (Umkugel).
- § 3 Kongruenz und Bewegung: Bewegungen und ihre Charakterisierung mit Hilfe der linearen Algebra, Kongruenz, Kriterien für Kongruenz endlicher Teilmengen des  $\mathbb{R}^n$ , eigentliche Bewegungen und Orientierung.
- § 4 Invarianten euklidischer Geometrie: insbesondere quadratische Kurven und Flächen als geometrische Orte im  $\mathbb{R}^n$ .
- § 5 Weiteres aus der euklidischen Elementargeometrie: insbesondere quadratische Kurven als Kegelschnitte, Brennpunkte und Tangenten, Dandelin-Kugeln.
- § 6 Bemerkungen und Beispiele zum Verhältnis von euklidischer Geometrie und Zahlentheorie/Algebra

### Kap. 2 Affine Geometrie

- § 7 Allgemeine affine Räume und Vektorräume: verschiedene Charakterisierungen affiner Unterräume eines Vektorraums, allgemeine affine Räume und Unterräume, affine Hülle, affine Unabhängigkeit und affine Basis, affine und baryzentrische Koordinaten.
- § 8 Affine Abbildungen und ihre Invarianten: affine Abbildungen, Typen und elementare Eigenschaften, so genannter Hauptsatz der affinen Geometrie (o.Bew.), Fortsetzung affiner Abbildungen,  $\mathcal{E}(n)$ ,  $\mathcal{G}(n)$ ,  $\mathcal{A}(n)$ , Festlegung einer affinen Abbildung auf einer affinen Basis, Invarianten affiner Abbildungen insbesondere: Teilverhältnis, Baryzentrum ( $\rightarrow$  Aufgabe(27)), Konvexität ( $\rightarrow$  §9), Strahlensätze.
- § 9 „Klassische“ Sätze der affinen Elementargeometrie oder: „Thales, Pappus, Desargue und Co“,
- § 10 Konvexität: Linear-, Affin- und Konvexkombinationen, Beispiele konvexer Mengen (Teilmengen in  $\mathbb{R}^n$ ), Polyeder, Simplices, Konvexität affiner Bilder und Urbilder konvexer Mengen, konvexe Hülle, Halbräume, Polytop-Abgeschlossenheit konvexer Mengen, Inneres konvexer Mengen, Ausblick auf weitere Theorie und Anwendungen.
- § 11 Weiteres aus der affinen Geometrie: Polarität und polare Mengen

### Kap. 3 Projektive Geometrie

- § 12 Das Unendliche einfangen:  
 Projektion räumlicher Objekte auf eine Zeichenebene, Fluchtpunkte, Projektivisierung, Definition des zu einem Vektorraum gehörenden projektiven Raumes und grundlegende Eigenschaften, Durchschnitt, Erzeugung, Verbindungsraum, projektiver Satz von Desargues und seine Dualisierung als zentrales Beispiel für den Zusammenhang affiner Sätze im Projektiven, Dualitätssatz, Anwendung des Satzes von Desargues beim Zeichnen, Einbettung eines affinen Raumes in einen projektiven, Darstellung von  $\mathbb{P}(V) \setminus \mathcal{H}$  als affinen Raum.
- § 13 Projektive Unabhängigkeit:  
 Projektive Unabhängigkeit, projektive Basis, Motivationen der Definition, elementare Eigenschaften, Standardbasen.
- § 14 Projektive Abbildungen:  
 projektive Abbildungen, Projektivitäten, zugehörige lineare Abbildungen, Zusammenhang zwischen affinen und projektiven Abbildungen, Zentralprojektionen, wieviele Punkte legen eine projektive Abbildung fest?, Invarianten projektiver Abbildungen.
- § 15 Homogene Polynome und Kegelschnitte:  
 Homogene Polynome, projektive Nullstellenmengen und Quadriken, lineare Substitutionen vs. Projektivitäten, Beispiel zur Äquivalenz von Quadriken, Hinweise auf aktuelle Anwendungen.
- § 16 Korrelationen:  
 Dualitäten, Korrelationen und Polaritäten, Standardbeispiel  $\mathbb{P}(V)$  mit einem euklidischen Vektorraum  $V$ , Zusammenhang mit den in §11 eingeführten Polen und Polaren.
- § 17 Projektive Geometrie hinter Software zur sog. dynamischen Geometrie am Beispiel Cinderella:  
 Motivation für die Nutzung der projektiven Geometrie in  $\mathbb{P}^2$ , Standarddualität im  $\mathbb{P}^2$  als Grundlage der Darstellung von Punkten und Geraden, Berechnung von Verbindungsgraden und Schnittpunkt zweier Geraden mit Hilfe des Vektorproduktes in  $\mathbb{R}^3$ , Erfassung  $\infty$ -ferner Objekte und Parallelität, wie ergibt sich die Parallele zu einer Geraden durch einen Punkt in diesem Kontext?, wann liegen drei Punkte auf einer Geraden und wann sind drei Geraden konkurrent ?, Erweiterung zum  $\mathbb{P}(\mathbb{C}^3)$  zur Darstellung von Quadriken und von Schnittpunkten mit Quadriken, Bemerkungen zur projektiven Maßbestimmung.

## Kap. 4 Ausblicke

Wie es weiter gehen könnte und was es außerdem noch alles gibt zusammen mit Literaturhinweisen.