

Name	Vorname

Ich habe das Merkblatt gelesen.	Unterschrift:
---------------------------------	---------------

Matrikelnummer	Geburtsdatum	Studiengang

1 (5 P)	2 (5 P)	3 (5 P)	4 (5 P)	5 (2 P)	Summe	Punkte Übung	Punkte gesamt	Note

Jede der Aufgaben (1) bis (4) ergibt maximal 5 Punkte, die Zusatzaufgabe (5) ergibt maximal 2 Punkte.

Dies sind die **Aufgaben, viel Erfolg !**

(1) Seien a, b zwei linear unabhängige Vektoren in \mathbb{R}^2 . Betrachtet werde das Parallelogramm mit den Ecken $(0, a, a + b, b)$.

(a) Zeigen Sie:

Die Verbindungsgrade einer Ecke mit der Mitte einer gegenüberliegenden Seite drittelt eine Diagonale des Parallelogramms.

(b) Geben Sie einen endlichen Körper an, über dem die Aussage in (a) ebenfalls zutrifft.

(2) Seien $a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ aus \mathbb{R}^2 , $\Gamma = a + \mathbb{R}b$ und $\Gamma' = \mathbb{R}c$.

Ist die Abbildung $f : \Gamma \rightarrow \Gamma'$ mit der Abbildungsvorschrift

$$f(x) = \text{Schnittpunkt der Mittelsenkrechten des Dreiecks } \{a, b, x\} \text{ für } x \neq a$$

und

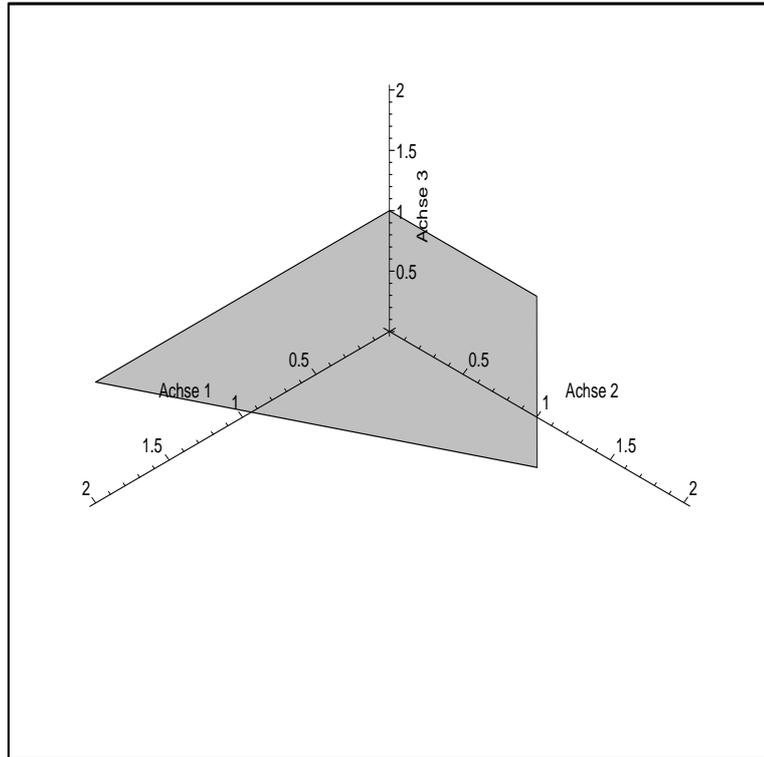
$$f(x) = 0 \text{ für } x = a$$

eine affine Abbildung ?

- (3) Ein Quadrat (a, b, c, d) in einer Ebene in \mathbb{R}^3 erscheine einer Betrachterin als Viereck (a', b', c', d') in der Ebene $\Gamma = e^{(3)} + \langle e^{(1)}, e^{(2)} \rangle_{\mathbb{R}}$, und zwar seien

$$a' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, b' = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c' = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, d' = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2.$$

Kann die Betrachterin sich im Punkt $v = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ befunden haben ?



- (4) (a) Sei $C \subseteq \mathbb{R}^n$ eine konvexe Menge und $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ eine affine Abbildung.
Zeigen Sie: $f(C)$ ist konvex.
- (b) Seien K ein Körper und V ein dreidimensionaler K -Vektorraum.
Weisen Sie ausführlich nach, dass sich im projektiven Raum $\mathbb{P}(V)$ zwei verschiedene Geraden stets in genau einem Punkt schneiden.
- (5) Worin unterscheiden sich die verschiedenen in der Vorlesung behandelten Geometrien

(a) untereinander ?

(b) insgesamt von anderen in der Vorlesung nur erwähnten Geometrien?

◇ ◇
◇
◇ ◇