Modul Geometrie 7. Dezember 2009
Wintersemester 2009-2010
Schmale

Aufgaben

(15) Bearbeiten Sie (a) oder (b).

(a) Zeigen Sie durch Angabe geeigneter Halbräume, die S enthalten, dass das Standardsimplex S im $\mathbb{R}^3$ entsprechend der Definition in der Vorlesung polyedrisch ist[(4)].

(b) Zeigen Sie ausführlich: Das Bild eines Halbraumes unter einer Affinität $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ ist wieder ein Halbraum.

(16) (a) Seien q, q' linear unabhängig in $\mathbb{R}^2$, $c = \alpha q, c' = \alpha' q'$ mit $\alpha, \alpha' \in]0, 1]$.
Zeigen Sie:
Zu jedem $q'' \in [q, q']$ gibt es $\alpha'' \in]0, 1]$ derart, dass $\alpha'' q'' \in [c, c']$.

(b) Sei C eine konvexe nicht leere Teilmenge der reellen Zahlenebene und 0 ein innerer Punkt von $\mathbb{R}^2 \setminus C$. Zeigen Sie:

Die Teilmenge
$$M := \{q \in \mathbb{R}^2 : q \neq 0\,, [0\,, q] \cap C \neq \varnothing\}$$
ist konvex und hat die folgende Eigenschaft:
Mit $q \in M$ sind stets auch alle Punkte $\lambda\, q$ mit $\lambda \in \mathbb{R}_{\geq 1}$ in M enthalten.

---

(4) Es ist auch zu zeigen, dass S tatsächlich der genaue Durchschnitt der von Ihnen angegebenen Halbräume ist.