Vorwort

Warum behandelt man Endliche Geometrie in der Lehrerausbildung, das kommt doch als Schulstoff überhaupt nicht in Frage?

In der Tat ist diese Frage berechtigt. Ich halte dennoch dieses Teilgebiet der Mathematik für eine ausgezeichnete Möglichkeit, elementare Kenntnisse der Schulmathematik zu verfremden (und dadurch „fragwürdig“ zu machen), unter abstrakteren Gesichtspunkten zu behandeln und verschiedene Teilgebiete der Elementarmathematik integrierend aufzugreifen.

Das Axiomensystem der affinen oder projektiven Inzidenzebenen ist mit nur drei Axiomen sehr einfach und übersichtlich, deshalb eignet sich dieses Gebiet viel besser für ein exemplarisches Beispiel axiomatischen Arbeitens als etwa die reelle euklidische Elementargeometrie.

In der endlichen Geometrie kommen viele verschiedene Anwendungen elementarer Mathematik zur Anwendung: Kombinatorische Zählmethoden bei Anzahlfragen, algebraische Strukturen (Gruppen, Ringe, Körper und Vektorräume) bei den affinen Koordinatenebenen über Körpern, elementare Zahlentheorie (Rechnen mit Restklassen) analytische Geometrie und lineare Algebra um nur die wichtigsten zu nennen. Nicht zuletzt berührt das Thema noch die Graphentheorie und beim axiomatischen Arbeiten natürlich die Logik. Schließlich kann man durch die Behandlung affiner und projektiver Abbildungen auch einen sehr schönen und klärenden Überblick über die Geometrie im Sinne von Felix Kleins Erlanger Programm anbieten.

Aus diesem Grund, und weil man vieles durch einfaches explorierendes Vorgehen leicht selbst erforschen kann, scheint mir das Thema Endliche Geometrie geradezu ideal für die Ausbildung von Mathematiklehrern jeder Stufe zu sein. Man kommt in vielen Fällen ohne großen Theorieaufwand zu interessanten meist einfach zu lösenden Fragestellungen auf elementarem Niveau. Vieles kann durch Ausprobieren endlich vieler Fälle gelöst werden und animiert deshalb zum Explorieren. Auf der anderen Seite kommt man auch sehr schnell an die Grenzen der Wissenschaft, denn viele Ergebnisse der Endlichen Geometrie sind relativ neu und einige einfach zu formulierende Fragestellungen (z. B. die Frage nach der Existenz von affinen Ebenen der Ordnung 10 oder 14 u. a. m.) führen auf bis heute ungelöste Fragen. So bietet sich bei diesem Gebiet durchaus auch ein Ausblick auf die Geschichte der Mathematik vom Altertum bis in die Gegenwart an.

Ich wünsche allen Lesern viel Freude beim Entdecken.
Genießen Sie den Stolz auf selbst Entdecktes.

Ludwigsburg im Winter 2005/2006

Prof. Siegfried Krauter