Satz 1.12: Rechenregeln für Matrizen. Seien $m, n \in \mathbb{N}_+$, R ein kommutativer Ring und

$$A = (a_{i,j}), B = (b_{i,j}), C = (c_{i,j}) \in M(m \times n; R)$$

und $\lambda, \mu \in R$. Dann gelten die folgenden Regeln:

(a) $A + B = B + A$, (die Addition ist kommutativ)

(b) $\big(A + B\big) + C = A + \big(B + C\big)$, (die Addition ist assoziativ)

(c) $0_{m\times n} + A = A$, (die Nullmatrix ist neutrales Element der Addition)

(d) $A + (-A) = 0_{m\times n}$ mit $-A = (-a_{i,j})$,

(e) $1 \cdot A = A$,

(f) $(-\lambda)A = -(\lambda A)$,

(g) $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$,

(h) $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$,

(i) $(\lambda\mu)A = \lambda(\mu A)$.

Satz 1.13: Weitere Rechenregeln für Matrizen. (vgl. [F], 2.5.4) Seien

$$A = (a_{i,j}) \in M(m \times n; R), B = (b_{j,k}) \in M(n \times r; R), C = (c_{k,l}) \in M(r \times s; R), D = (d_{j,k}) \in M(n \times r; R)$$

und $\lambda \in R$. Dann gelten folgende Rechenregeln:

(a) $E_m A = A = AE_m$ und $\lambda A = (\lambda E_m)A = A(\lambda E_m)$,
(die Einheitsmatrix ist neutrales Element der Multiplikation)

(b) $(AB)C = A(BC)$, (die Multiplikation ist assoziativ)

(c) $\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B) =: \lambda AB$,

(d) $A(B + D) = AB + AD$, (Distributivität von links)

(e) $(B + D)C = BC + DC$. (Distributivität von rechts)

Ist $m = n$ und $k \in \mathbb{N}$, so setzen wir

$$A^k := \begin{Bmatrix} E_n & \text{für } k = 0 \\ A \cdot A \cdot \dots \cdot A \ (k - \text{mal}) & \text{für } k \geq 1 \end{Bmatrix}$$