

# Kurzmitteilungen

## Bemerkung zur Approximation von gemischten durch einfache Poisson-Prozesse

Dietmar Pfeifer (Aachen)

In der Arbeit [2] des Autors wurde gezeigt, daß der Abstand in Totalvariation  $D_A$  zwischen einem gemischten Poisson-Prozeß  $\zeta$  und einem einfachen Poisson-Prozeß  $\xi$  auf einer Borel-Menge  $A$  mit dem entsprechenden Abstand  $d$  der Zufallsvariablen  $\zeta(A)$  und  $\xi(A)$ , welche die in  $A$  beobachteten Punkte zählen, übereinstimmt. Der Beweis der in Satz 2 benötigten Ungleichung

$$d(\zeta(A), \xi(A)) \leq D_A(\zeta, \xi) \quad (1)$$

ist allerdings in der angegebenen Form nicht korrekt, da die dort betrachtete Menge  $\mathcal{N}$  nicht in der  $\sigma$ -Algebra  $\mathcal{L}$  liegt. Die Ungleichung folgt aber u. a. aus der Beziehung (9) in [2] (vgl. auch [1], wo jedoch  $A$  als abgeschlossen vorausgesetzt wird).

Der richtige Beweisgang für (1) ist wie folgt (mit den Bezeichnungen aus [2]):

Sei

$$\mathcal{K}_M = \{\mu \in \mathcal{N} \mid \mu(A) \in M \text{ und } \mu(A^c) = 0\} \quad \text{für } M \subseteq \mathbb{Z}^+,$$

wobei  $A^c$  das Komplement der Menge  $A$  bezeichne. Wegen der Meßbarkeit der Abbildungen  $\mu \rightarrow \mu(B)$  für Borel-Mengen  $B$  ist dann  $\mathcal{K}_M \in \mathcal{L}$ , so daß

$$|P(\zeta(A) \in M) - P(\xi(A) \in M)| = |P(\zeta(\cdot \cap A) \in \mathcal{K}_M) - P(\xi(\cdot \cap A) \in \mathcal{K}_M)| \leq D_A(\zeta, \xi). \quad (2)$$

Da  $M$  beliebig war, folgt die Behauptung.

Mit einer analogen Argumentation läßt sich direkt zeigen, daß der in (9) [2] angegebene Ausdruck ebenfalls eine untere Schranke für  $D_A(\zeta, \xi)$  bildet, so daß insgesamt wegen der in Satz 2 [2] nachgewiesenen Gleichheit in (1) der Ausdruck (9) [2] ebenfalls mit  $D_A(\zeta, \xi)$  übereinstimmt, und zwar ohne (i. a. sonst notwendige) topologische Zusatzeigenschaften von  $A$ .

### LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Deheuvels, P. und Pfeifer, D. (1987): Poisson approximations of multinomial distributions and point processes. Erscheint in: J. Multivar. Analysis.
- [2] Pfeifer, D. (1986): Zur Approximation von gemischten durch einfache Poisson-Prozesse. Blätter der DGVM XVII, 429–433.