Lineare Algebra 2 — **23. April 2003**
SoSe 2003
Schmale

1. Aufgabenblatt

Abgabe bis Montag 28. April 2003, 10 Uhr
Bitte Namen,Übungsgruppe/Tutor und eine vorgezeichnete Punkteliste rechts oben angeben.

(1) Abstand zweier Graden
(Aufgabe $(57)_{(LA1)}$) Berechnen Sie den Abstand der beiden Graden aus Aufgabe $(46)(b)_{(LA1)}$ bezüglich des Standardskalarproduktes.

(2) Abstand zweier Ebenen
(Aufgabe $(58)_{(LA1)}$) Seien $u = {}^{t}[0,1,0,1,0])$, $u_1 = {}^{t}[1,2,1,1,0]$, $u_2 = {}^{t}[1,1,1,2,1]$, $w = {}^{t}[1,0,1,0,1]$, $w_1 = {}^{t}[2,1,-1,1,0]$, $w_2 = {}^{t}[-3,-2,3,1,1]$ Vektoren aus $\mathbb{Q}^{5\times 1}$. Berechnen Sie den Abstand der beiden Ebenen $u + < u_1, u_2 >_{\mathbb{Q}}$ und $w + < w_1, w_2 >_{\mathbb{Q}}$ bezüglich des Standardskalarproduktes.

(3)/(4)
Spiegelung an einem Untervektorraum
Seien V ein endlichdimensionaler euklidischer Vektorraum und W ein echter ($W \neq \{0\}$, $W \neq V$) Untervektorraum von V. Untersucht werden soll die Abbildung

$$S\ : V \longrightarrow V \text{ mit } S(v) = v - 2P_W(v)$$

Dabei ist $P_W(v)$ die orthogonale Projektion von v auf W. S heißt Spiegelung an $W^{\perp}$. Zeigen Sie:

(a) S ist linear.
(b) $S \circ S = id_V$
(c) $\forall v \in W^{\perp} :\ S(v) = v$
(d) $\forall v \in W :\ S(v) = -v$
(e) S ist diagonalisierbar. Wie sieht eine Diagonalmatrixdarstellung von S aus ?
(f) S ist orthogonal.