

4. Aufgabenblatt

Abgabe bis Montag 19. Mai 2003, 10 Uhr

(9) (5 Punkte) **Lineare Gleichungssysteme und Pseudoinverse**

Seien $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^{m \times 1}$.

Das lineare Gleichungssystem „ $Ax = b$ “ ist genau dann lösbar, wenn $b = AA^\#b$.

Falls es lösbar ist, dann ist

$$\text{Lös}(A, b) = A^\#b + \text{Bild}(E_n - A^\#A)$$

und die spezielle Lösung $A^\#b$ ist die kürzeste.

(10) (5 Punkte) **Matrixnormen**

Beweisen Sie Beobachtung 13.5 (i),(ii) für $\| \cdot \|_2$ und (iii) für $\| \cdot \|_F$.

(11) (5 Punkte) Zeigen Sie: $\sigma(AA^t) \setminus \{0\} = \sigma(A^tA) \setminus \{0\}$ für alle $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

(12) (5 Punkte) Bestimmen Sie für $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2.8 & 0.4 \\ 3.8 & -1.6 \end{bmatrix}$ eine **Singulärwertzerlegung**.