Modul Algebra **11. April 2005**

Lineare Algebra 2 und Einführung in die Algebra

SoSe 2005

Schmale

# Aufgabenblatt 1

**(1) Abstand zweier Graden**

Seien $v = {}^t[1,2,1,1]$, $u = {}^t[0,1,0,-1]$, $v' = {}^t[0,1,1,1]$, $u' = {}^t[1,0,-1,0]$ und $\Gamma = v + \langle u\rangle_{\mathbb{Q}}$, $\Gamma' = v' + \langle u'\rangle_{\mathbb{Q}}$.

(a) Zeigen Sie : $\Gamma \cap \Gamma' = \varnothing$.

(b) Bestimmen Sie den kleinsten affinen Unterraum von $\mathbb{Q}^{4\times 1}$, der die beiden Graden $\Gamma$ und $\Gamma'$ enthält und seine Dimension.

(c) Berechnen Sie den Abstand der beiden Graden bezüglich des Standardskalarproduktes.

**(2) Abstand zweier Ebenen**

Seien $u = {}^t[0,1,0,1,0]$, $u_1 = {}^t[1,2,1,1,0]$, $u_2 = {}^t[1,1,1,2,1]$, $w = {}^t[1,0,1,0,1]$, $w_1 = {}^t[2,1,-1,1,0]$, $w_2 = {}^t[-3,-2,3,1,1]$ Vektoren aus $\mathbb{Q}^{5\times 1}$. Berechnen Sie den Abstand der beiden Ebenen $u + \langle u_1, u_2\rangle_{\mathbb{Q}}$, und $w + \langle w_1, w_2\rangle_{\mathbb{Q}}$ bezüglich des Standardskalarproduktes.

**(3) Spiegelung an einem Untervektorraum**

Seien $V$ ein endlichdimensionaler euklidischer Vektorraum und $W$ ein Untervektorraum von $V$. Untersucht werden soll die Abbildung

$$S\ : V \longrightarrow V \text{ mit } S(v) = v - 2P_W(v)$$

Dabei ist $P_W(v)$ die orthogonale Projektion von $v$ auf $W$. $S$ heißt Spiegelung an $W^\perp$. Zeigen Sie:

(a) $S \circ S = id_V$

(b) $\forall v \in W^\perp :\ S(v) = v$

(c) $\forall v \in W :\ S(v) = -v$

(d) $S$ ist diagonalisierbar. Wie sieht eine Diagonalmatrixdarstellung für $S$ aus ?

(e) $S$ ist orthogonal.

(f) Für alle $v, w \in V$ gilt: $(\!(v\,, S(w))\!) = (\!(S(v)\,, w)\!)$.