Modul Algebra **9. Mai 2005**

Lineare Algebra 2 und Einführung in die Algebra

SoSe 2005

Schmale

Aufgabenblatt 5

Zwei zusätzliche Aufgaben zu Teil A der Vorlesung:

(13) Bestimmen Sie mit Methoden aus Teil A die Drehachse und den Drehwinkel für die Hintereinanderausführung $L_1 \circ L_2$ der beiden Drehungen L_1, L_2 im $\mathbb{R}^3$ mit den Matrizen $D_1 = D(1,2;0,1)$ und $D_2 = D(1,3;0,-1)$.

(14) Seien $F = x^2+y^2-z^2, g = x+y-2z+d$ reelle Polynome und $Q = \{v \in \mathbb{R}^3 : \ f(v) = 0\}$, $H = \{v \in \mathbb{R}^3 : \ g(v) = 0\}$ die entsprechenden Nullstellenmengen.

(a) Bestimmen Sie ein Polynom h in x, y durch Elimination von z derart, dass für die Nullstellenmenge D von h gilt: $Q \cap H \subseteq D$. (Es gilt sogar =.)

(b) Führen Sie die Hauptachsentransformation durch für D und bestimmen Sie den Typ[1].

Aufgaben für diese Woche:

(15) Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $M = \begin{bmatrix} E_m & A \\ {}^{\mathsf{t}}A & E_n \end{bmatrix}$. Zeigen Sie mit Hilfe der Regeln für Blockmatrizen aus der Vorlesung:

(a) $M \equiv \begin{bmatrix} E_m & 0 \\ 0 & E_n - {}^{\mathsf{t}}AA \end{bmatrix}$

(b) M ist genau dann invertierbar, wenn $1 \notin \sigma({}^{\mathsf{t}}AA)$.

(16) Zeigen Sie für einen kommutativen Ring R und $a, b \in R$:

Es gibt $k \in R$ mit $aR \cap bR = kR$ genau dann,
wenn a und b ein kleinstes gemeinsames Vielfaches besitzen[2].

(17) Beweisen Sie Satz 2.3. (e) im Skript zu Teil B.
Anleitung: Beweis von Satz 2.3 (d) in der Vorlesung.

....

[1]Nach der in der Vorlesung verteilten Liste.

[2]Vgl. Satz 1.18 (b) und Definition 1.17 im Skript zu Teil B.