

Name	Vorname

Ich habe das Merkblatt gelesen.	Unterschrift:
---------------------------------	---------------

Matrikelnummer	Geburtsdatum	Studiengang

1 (3 P)	2 (6 P)	3 (3 P)	4 (3 P)	5 (2 P)	6 (3 P)	Punkte Klausur	Punkte <sup>(*)</sup> Übung	Note

**Damit sie gewertet werden können** sind außer bei Aufgabe (2) **alle Antworten auf Fragen und Rechnungen, zu begründen bzw. so darzustellen, dass der Rechenweg (z.B. durch Text) deutlich erkennbar ist.** Maximal sind 20 Punkte in der Klausur erreichbar.

Dies sind die **Aufgaben, viel Erfolg !**

- (1) (3P) Sei  $a \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ . Ist die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, v \mapsto f(v) = \text{Fläche des Dreiecks } \mathcal{C}(0, a, v)$$

affin?

- (2) (6P) Gegeben sind drei Punkte  $a, b, c$  in  $\mathbb{R}^3$ . Antworten Sie mit Ja oder Nein in den dafür vorgesehenen Kästchen. Jede richtige Antwort ergibt einen Punkt, jede falsche einen Minuspunkt. Weniger als 0 Punkte sind nicht möglich.

(a) Wenn die drei Punkte linear abhängig sind, dann sind sie affin abhängig!

(b) Wenn eine Affinkombination der drei Punkte 0 ergibt, dann müssen diese Punkte affin abhängig sein!

(c) Wenn je zwei der drei Punkte affin abhängig sind, dann gilt  $a = b = c$ !

(d) Wenn einer der drei Punkte in der konvexen Hülle der beiden anderen Punkte liegt, dann sind die drei Punkte affin abhängig!

(e) Die konvexe Hülle  $\mathcal{C}(a, b, c)$  der drei Punkte ist nicht immer in deren affiner Hülle  $a \vee b \vee c$  enthalten!

(f) Für den Untervektorraum  $\langle a, b \rangle_{\mathbb{R}}$  gilt:  $\langle a, b \rangle_{\mathbb{R}} = \mathcal{C}(\mathbb{R}a \cup \mathbb{R}b)$ .

- (3) (3P) Berechnen Sie den Höhenschnittpunkt in dem durch die drei Punkte  $a, b, c$  gegebenen Dreieck mit

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} .$$

- (4) (3P) Wie viele projektive Punkte gibt es in  $\mathbb{P}_K(K^3)$ , wenn  $K = \mathbb{Z}_2$  ?
- (5) (2P) Beschreiben Sie die wesentlichen Schritte unseres Beweises des Satzes von Thales in der Version unserer Vorlesung.
- (6) (3 P) Gegeben sind die drei folgenden projektiven Geraden  $G, G', G''$  in  $\mathbb{P}_K^2$ :

$$G = p \vee q, G' = p' \vee q', G'' = p'' \vee q''$$

mit

$$p = Ku, q = Kv, p' = Ku', q' = Kv', p'' = Ku'', q'' = Kv'' ,$$

$$\text{und mit } u = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, u' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, v' = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, u'' = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, v'' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} .$$

Sind  $G, G', G''$  konkurrent ?

Wählen Sie dabei den Körper  $K$  nach Ihrem Geschmack.



.....

(\*)umgerechnet entsprechend dem Gewicht der Übungen in der Gesamtnote und gerundet. Die Berechnung der Endnote erfolgt allerdings mit den exakten Werten!